Припремна настава из математике
Математички факултет, Универзитет у Београду
Пробни пријемни испит

Тест има 20 задатака. Сваки задатак вреди 3 поена. Погрешан одговор, заокруживање више од једног одговора или незаокруживање ниједног одговора доноси $-0,3$ поена. Заокруживање слова Н не доноси ни позитивне ни негативне поене.
Резултати ће бити истакнути на pripremna.matf.bg.ac.rs.

1. Дат је литар раствора соли концентрације 20%. Колико је литара раствора соли концентрације 5% потребно додати, да бисмо добили раствор соли концентрације 15%?

А) $\frac{1}{4}$; **Б)** $\frac{1}{3}$; **В)** $\frac{1}{2}$; **Г)** 1; **Д)** 2; **Н)** не знам.

2. Збир квадрата свих комплексних бројева z за које важи $\overline{z} = z^2$ је:

А) $i\sqrt{3}$; **Б)** -1; **В)** 3; **Г)** 0; **Д)** 1; **Н)** не знам.

3. Први члан аритметичког низа је 1, а пети члан је 17. Ако је трећи члан тог аритметичког низа уједно и други члан геометријског низа чији је пети члан 243, тада је збир првих пет чланова тог геометријског низа једнак:

А) 463; **Б)** 321; **В)** 60; **Г)** 18; **Д)** 363; **Н)** не знам.

4. Константан сабирак у развијеном облику израза $\left(e^{-2x} - \frac{1}{2}e^{4x}\right)^9$ је:

А) $-\frac{21}{2}$; **Б)** 6; **В)** 84; **Г)** -3; **Д)** $-\frac{63}{8}$; **Н)** не знам.

5. Ако је права $2x-y+2=0$ тангента круга полупречника r чији центар има координате $(r, 2r)$ тада је r једнако:

А) $\sqrt{3}$; **Б)** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; **В)** 1; **Г)** 3; **Д)** $\sqrt{2}$; **Н)** не знам.

6. Производ свих вредности реалног параметра α за које једначина $\big||x+3|-2\big| - |x-\alpha| = 0$ има бесконачно решења је:

А) 5; **Б)** -1; **В)** 3; **Г)** 0; **Д)** не постоји такво α; **Н)** не знам.

7. Ако важи $x^2+y^2 = 14xy$ и $x > y > 0$, тада је вредност израза $\frac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$ једнака:

А) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; **Б)** $\frac{26\sqrt{3}}{45}$; **В)** $\frac{13}{15}$; **Г)** 16; **Д)** не може се одредити; **Н)** не знам.

8. Број решења једначине

$$\frac{\sin 4x \cos 8x}{1-\cos 4x} = 0$$

на интервалу $[0, 5\pi)$ је:

А) 5; **Б)** 25; **В)** 30; **Г)** 40; **Д)** 50; **Н)** не знам.

9. Број целобројних решења једначине $\sqrt{x+13-8\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+33-12\sqrt{x-3}} = 2$ је:

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 21; **Д)** бесконачно; **Н)** не знам.

10. Скуп решења неједначине $5 \cdot 3^{2x+1} + 3 \cdot 5^{2x+1} \leqslant 34 \cdot 3^x \cdot 5^x$ је облика:

А) $[a, b]$; **Б)** $[a, b)$; **В)** $(a, b]$; **Г)** (a, b); **Д)** $[a, +\infty)$; **Н)** не знам.

11. Производ свих реалних решења једначине $2022 \cdot x^{\log_{2023} x} = x^{2022}$ износи:

А) 2022^{2023}; **Б)** 2023^{1011}; **В)** $2022 \cdot 2023$; **Г)** 2023^{2022}; **Д)** 2023; **Н)** не знам.

12. Основна ивица правилне тростране пирамиде је дужине x, а бочна страна заклапа са равни основе угао од 60°. Ако је мерни број површине пирамиде једнак мерном броју запремине, тада је x једнако:

А) 6; **Б)** 9; **В)** 18; **Г)** 36; **Д)** 72; **Н)** не знам.

13. Нека је дат квадрат $ABCD$ странице a. Нека је S средиште странице BC, а T тачка на дужи DS таква да је AT нормална на DS. Тада је обим троугла ABT једнак:

А) $\frac{a\sqrt{5}}{10}$; **Б)** $a\left(2+\frac{\sqrt{5}}{10}\right)$; **В)** $2a\left(1+\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$; **Г)** $5a$; **Д)** $2a\left(1-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$; **Н)** не знам.

14. Нека је S скуп свих реалних бројева α за које једначина $|x-4|(|x|-2)=\alpha$ има два решења. Тада је скуп S облика (иста слова одговарају истим бројевима, различита различитим):

А) $(a,b)\cup(b,+\infty)$; **Б)** $(a,b)\cup(c,+\infty)$; **В)** $(a,b]$; **Г)** $[a,b)$; **Д)** $(a,b)\cup[c,+\infty)$; **Н)** не знам.

15. Нека је N број свих целих бројева a за које систем

$$\begin{aligned} x+(a+1)y &= 2 \\ a(2x-y)-a(ay+1) &= 3 \end{aligned}$$

има решење (x,y) такво да је $|x+y| \leqslant \frac{2023}{a+1}$. Тада је N једнак:

А) 2019; **Б)** 2020; **В)** 2021; **Г)** 2022; **Д)** 2023; **Н)** не знам.

16. Ако су x_1, x_2 и x_3 нуле полинома x^3+3x^2+2x-5, тада је вредност израза

$$\frac{1}{x_1+3}+\frac{1}{x_2+3}+\frac{1}{x_3+3}$$

једнака:

А) 1; **Б)** 11; **В)** $-\frac{7}{11}$; **Г)** $\frac{7}{5}$; **Д)** $\frac{11}{20}$; **Н)** не знам.

17. Нека је $(x-1)f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x-1}$. Тада је $f(f(\ldots f(2023)\ldots))$, где се f примењује 2023 пута, једнако:

А) 2023; **Б)** 2022; **В)** $-\frac{1}{2022}$; **Г)** $\frac{2022}{2023}$; **Д)** $\frac{2023}{2022}$; **Н)** не знам.

18. На колико начина се број 2023 може записати као збир два или више узастопних природних бројева?

А) на мање од 5; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 7; **Д)** на више од 7; **Н)** не знам.

19. Тренер Денвера има на располагању 15 играча који на дресу носе бројеве од 1 до 15. На њему је да одабере петорку, под следећим условима: два играча чији је збир бројева на дресу једнак 15 не могу играти заједно, док Никола Јокић, који носи број 15, може играти са било којим играчем. На колико начина тренер може одабрати петорку?

А) 56; **Б)** 560; **В)** 672; **Г)** 1232; **Д)** 4704; **Н)** не знам.

20. У финалу тениског турнира Ролан Гарос, последња два поена је освојио Новак Ђоковић и тако постао шампион. У оба поена су се оба играча налазила на основној линији у истим тачкама N (Новак) и R (противник). У првом поену противник је лоптицу послао ван терена у тачку T, тако да је $RT = 30\,\mathrm{m}$ и $\angle NRT = 60^\circ$. У другом поену, Ђоковић послао неодбрањив ударац у тачку S која се такође налази на основној линији тако да је $\angle NSR = 45^\circ$ и $RS = (8\sqrt{3}-8\,\mathrm{m})$. Ако се зна да је и $\angle TRS = 60^\circ$, тада је дужина NT једнака:

А) $24\,\mathrm{m}$; **Б)** $26\,\mathrm{m}$; **В)** $24(\sqrt{3}-1)\,\mathrm{m}$; **Г)** $26(\sqrt{3}-1)\,\mathrm{m}$; **Д)** $8(\sqrt{3}+1)\,\mathrm{m}$; **Н)** не знам.